数　学　第5回

解答

問1	(ア) 2	(イ) 1	(ウ) 4	(エ) 3	(オ) 1
問2	(ア) 3	(イ) 1	(ウ) 4	(エ) 3	(オ) 3
	(カ) 2				
問3	(ア) $\frac{24}{5}$(cm)	(イ) $(c=)\frac{17}{20}a+\frac{5}{4}b-4$			
問4	(ア) 2	(イ) (i) 4 (ii) 6			
	(ウ) $\frac{13}{4}$				
問5	(ア) 3	(イ) $\frac{2}{9}$			
問6	(ア) 3	(イ) 2	(ウ) $\frac{8\sqrt{3}}{5}$(cm)		

問7 (ア) (i) 平行線の同位角は等しい
(ii) 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
(イ) (△CDE：△AEG＝)21：20

配点

問1 各3点
問2 各4点
問3 各5点
問4 各5点 (イ)完答
問5 各5点
問6 各5点
問7 (ア)6点完答
(イ)5点

解説

問1(ア) $(-8)-(-5)=-8+5=-3$

(イ) $-\frac{7}{9}+\frac{1}{2}=-\frac{14}{18}+\frac{9}{18}=-\frac{5}{18}$

(ウ) $93ab^2\div 3b=\frac{93ab^2}{3b}=31ab$

(エ) $\frac{48}{\sqrt{6}}-\sqrt{24}=8\sqrt{6}-2\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

(オ) $(x+9)(x-3)-(x-6)^2$
$=x^2+6x-27-(x^2-12x+36)$
$=x^2+6x-27-x^2+12x-36$
$=18x-63$

問2(ア) $(x-2)^2-2(x-2)-48$
$=\{(x-2)-8\}\{(x-2)+6\}$
$=(x-2-8)(x-2+6)$
$=(x-10)(x+4)$

(イ) $6x^2-2x-3=0$
2次方程式の解の公式より,
$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times 6\times(-3)}}{2\times 6}=\frac{2\pm\sqrt{4+72}}{12}=\frac{2\pm\sqrt{76}}{12}=\frac{2\pm 2\sqrt{19}}{12}=\frac{1\pm\sqrt{19}}{6}$$

(ウ) $y=x^2$に$x=a$を代入して$y=a^2$,
$x=a+4$を代入して$y=(a+4)^2$
yの増加量は,
$(a+4)^2-a^2=a^2+8a+16-a^2$
$=8a+16$
xの増加量は, $(a+4)-a=4$
変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$だから,
$\frac{8a+16}{4}=16$, $2a+4=16$, $2a=12$,
$a=6$

(エ) キャンディーをb人の子どもたちに1人7個ずつ配るとき, 必要な個数は$7b$個になる。このとき, a個あったキャンディーがc個余ったことから, $a=7b+c$となる。したがって, $7b=a-c$,
$b=\frac{a-c}{7}$

(オ) $180=2^2\times 3^2\times 5$だから, $\sqrt{\frac{180}{n}}$が整数となるためには, $n=5$, $2^2\times 5$, $3^2\times 5$, $2^2\times 3^2\times 5$のいずれかになればよい。よって, $n=5$, 20, 45, 180の4個

(カ) 得点が低い順に並べかえたとき, 9番目の生徒の得点は6点, 10番目の生徒の得点は7点になる。中央値はその平均となるので, $(6+7)\div 2=6.5$(点)

問3(ア) △ABFと△FCEにおいて,
∠ABF＝∠FCE＝90°…①
∠AFE＝90°だから,
∠AFB＋∠EFC＝90°…②
∠FEC＋∠EFC＝90°…③
②, ③より, ∠AFB＝∠FEC…④
①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいから, △ABF∽△FCE
AF＝12cm, FE＝DE＝6cmだから,
AF：FE＝12：6＝2：1
よって, 相似比は2：1
ここで, FC＝$x$cmとすると,
BF＝$12-x$(cm)
AB＝$2x$cmより, CE＝$2x-6$(cm)
よって, $(12-x):(2x-6)=2:1$,
$12-x=4x-12$, $5x=24$, $x=\frac{24}{5}$(cm)

(イ) 今月のアルミ缶の回収量は,
$\left(1-\frac{15}{100}\right)a=\frac{85}{100}a=\frac{17}{20}a$(kg)

また，ペットボトルの回収量は，

$\left(1+\frac{25}{100}\right)b=\frac{125}{100}b=\frac{5}{4}b$(kg)

アルミ缶とペットボトルを合わせた回収量が目標の c kg より 4 kg 増えたことから，

$c+4=\frac{17}{20}a+\frac{5}{4}b$，$c=\frac{17}{20}a+\frac{5}{4}b-4$

問 4 (ア)　$y=x+3$ に $x=-2$ を代入して，$y=1$

よって，点 A の座標は $(-2,\ 1)$

$y=ax^2$ に $x=-2$，$y=1$ を代入して，

$1=4a$，$a=\frac{1}{4}$

(イ)　$y=x+3$ に $x=6$ を代入して，$y=9$

よって，点 B の座標は $(6,\ 9)$

点 C は線分 AB の中点なので，C$(2,\ 5)$

点 F の座標は $(6,\ -4)$ なので，直線 CF の傾き m は，$m=\frac{(-4)-5}{6-2}=-\frac{9}{4}$

$y=-\frac{9}{4}x+n$ に $x=6$，$y=-4$ を代入して，$-4=-\frac{27}{2}+n$，$n=\frac{19}{2}$

よって，$y=-\frac{9}{4}x+\frac{19}{2}$

(ウ)　$y=x+3$ に $y=0$ を代入して，

$0=x+3$，$x=-3$

よって，点 D の座標は $(-3,\ 0)$

DO：DE $=3:(3+6)=1:3$ となるので，

△DOG ∽ △DEF で，その相似比は 1：3

よって，OG：EF = 1：3，OG：4 = 1：3，

OG $=\frac{4}{3}$

直線②と y 軸との交点を J とすると，点 J の座標は $(0,\ 3)$ になるので，JO = 3

よって，JG $=3+\frac{4}{3}=\frac{13}{3}$

△DJG $=\frac{1}{2}\times\frac{13}{3}\times3=\frac{13}{2}$

△CJG $=\frac{1}{2}\times\frac{13}{3}\times2=\frac{13}{3}$

△CDG = △DJG + △CJG $=\frac{13}{2}+\frac{13}{3}=\frac{65}{6}$

△CDG：四角形 IOEH = 5：6 なので，

四角形 IOEH $=\frac{65}{6}\times\frac{6}{5}=13$

OI $=t$ とすると，△DIO ∽ △DHE で，その相似比は 1：3 なので，HE $=3t$

四角形 IOEH $=\frac{1}{2}\times(t+3t)\times6=12t$

よって，$12t=13$，$t=\frac{13}{12}$

OI $=\frac{13}{12}$ なので，HE $=3\times\frac{13}{12}=\frac{13}{4}$

したがって，点 H の y 座標は $\frac{13}{4}$

問 5　大，小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，目の出方は全部で，$6\times6=36$(通り)

(ア)　6 個の石がすべて白の面が上になるのは，$a=b$ となる場合である。

$(a,\ b)=(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 3)$，$(4,\ 4)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 6)$ の 6 通り。よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(イ)　黒の面が上になる石が 2 個となるのは，$(a,\ b)=(1,\ 2)$，$(1,\ 3)$，$(2,\ 1)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ 1)$，$(3,\ 2)$，$(4,\ 6)$，$(6,\ 4)$ の 8 通り。よって，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

問 6 (ア)　BI = 2 cm で，△BFI で三平方の定理より，FI $=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (cm)

(イ)　△EFH は直角二等辺三角形だから，

FH $=4\sqrt{2}$ cm　同様に，IJ $=2\sqrt{2}$ cm

点 I から線分 FH に垂線 IL を引くと，

FL $=(4\sqrt{2}-2\sqrt{2})\div2=\sqrt{2}$ (cm) なので，△IFL で三平方の定理より，

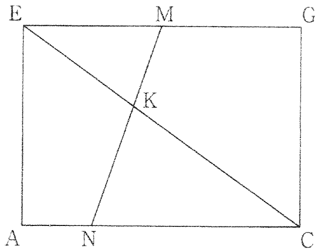
IL $=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm)

よって，求める面積は，

$\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+4\sqrt{2})\times3\sqrt{2}=18$ (cm²)

(ウ)　線分 EG と線分 FH との交点を M，線分 AC と線分 IJ との交点を N とする。面 EACG を表すと，下の図のようになり，点 K は線分 EC と線分 MN との交点になる。



EA = 4 cm，AC $=4\sqrt{2}$ cm だから，

△EAC で三平方の定理より，

EC $=\sqrt{4^2+(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ (cm)

点 M は線分 EG の中点なので，

EM $=2\sqrt{2}$ (cm)

AN $=\frac{1}{2}$ EM $=\sqrt{2}$ (cm)

よって，NC $=4\sqrt{2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm)

△EKM ∽ △CKN で，その相似比は，

EM：CN $=2\sqrt{2}:3\sqrt{2}=2:3$

したがって，EK：CK = 2：3 となるので，

EK $=4\sqrt{3}\times\frac{2}{2+3}=\frac{8\sqrt{3}}{5}$ (cm)

問 7 (ア)　(i)は，∠GEB = ∠ACB となるための条件で，CA // EG で，∠GEB と ∠ACB は同位角の関係になるので，「平行線の同位角は等しい」を入れる。

(ii)は，△AGF ≡ △EGB となるための条件で，GA = GE，∠AGF = ∠EGB，∠GAF = ∠GEB となるので，「1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」を入

れる。

(イ) AG $= x$ cm とすると，△GAE は二等辺三角形だから，GE $= x$ cm

CA // EG なので，△BGE ∽ △BAC

よって，BG : BA = GE : AC,

$(10 - x) : 10 = x : 4$, $10x = 40 - 4x$,

$14x = 40$, $x = \frac{20}{7}$ (cm)

よって，BG : GA $= \left(10 - \frac{20}{7}\right) : \frac{20}{7} = 5 : 2$

したがって，BE : EC = 5 : 2

線分 DO を引き，中心角と円周角の関係より，∠BOD = 2∠BAD

よって，∠BOD = ∠BAC となり，同位角が等しいので OD // AC

線分 OD と線分 BC との交点を H とすると，△BAC の中点連結定理の逆より，

BH = CH

よって，EC : HE $= 2 : \left(\frac{7}{2} - 2\right) = 4 : 3$

△ACE ∽ △DHE だから，

AE : DE = 4 : 3

ここで，△CDE $= 3a$ とすると，

△ACE $= 4a$

△BAE $= 4a \times \frac{5}{2} = 10a$

△AEG $= 10a \times \frac{2}{2+5} = \frac{20}{7}a$

よって，△CDE : △AEG $= 3a : \frac{20}{7}a$

$= 21 : 20$