● 数学　第2回

解答

問1　(ア)　1　(イ)　2　(ウ)　3　(エ)　3　(オ)　1

問2　(ア)　3　(イ)　4　(ウ)　1　(エ)　3　(オ)　2　(カ)　4

問3　(ア)　(i)　(a)　1　(b)　4　(ii)　(点)E(と点)F　(イ)　b，c

(ウ)　あ　2　い　4　う　7　え　1　お　0　か　0

(エ)　き　3　く　4　け　6　こ　3

さ　1　し　6　す　5　せ　5

問4　(ア)　2　(イ)　(i)　5　(ii)　3

(ウ)　そ　2　た　1　ち　1　つ　0

問5　(ア)　て　1　と　6　(イ)　(i)　R　(ii)　$\frac{5}{18}$

問6　(ア)　2　(イ)　3　(ウ)　な　1　に　0

配点

問1　各3点×5＝15点

問2　各4点×6＝24点

問3　(ア)(i)　各2点×2＝4点

(ii)4点

他各5点×3＝15点

問4　(ア)4点

他各5点×2＝10点

問5　各5点×2＝10点

問6　(ア)4点

他各5点×2＝10点

―採点基準―　**問3**(ア)(ii)　完答。

(イ)　完答。

(エ)　完答。

問4(イ)　完答。

問5(イ)　完答。

〔解説〕

問1　(ウ)　$-\frac{18}{\sqrt{3}}+\sqrt{27}=-\frac{18\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\sqrt{3^2\times3}=-\frac{18\sqrt{3}}{3}+3\sqrt{3}=-6\sqrt{3}+3\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$

(オ)　$(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})-3(\sqrt{6}+1)=6-2-3\sqrt{6}-3=1-3\sqrt{6}$

問2　(ア)　$x-5=X$ とおく。$(x-5)^2+8(x-5)-48=X^2+8X-48=(X-4)(X+12)=(x-5-4)(x-5+12)=(x-9)(x+7)$。

(イ)　解の公式より，$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times3\times4}}{2\times3}=\frac{9\pm\sqrt{33}}{6}$。

(ウ)　$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ より，$\frac{2\times(-1)^2-2\times(-5)^2}{-1-(-5)}=\frac{-48}{4}=-12$。

(エ)　三平方の定理より，$AB=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(4-8)^2}=\sqrt{5^2+(-4)^2}=\sqrt{41}$(cm)。

(オ)　$\sqrt{588n}=14\sqrt{3n}$。$14\sqrt{3n}$ が自然数になるのは n が $3\times(\text{自然数})^2$ となるときだから，$n=3\times1^2$，3×2^2，3×3^2，3×4^2，3×5^2，…。よって，小さい方から4番目の値は，$n=3\times4^2=48$。

(カ)　1…B校舎の得点が低い方から18番目の生徒(第1四分位数)は65点だから，65点未満の生徒は多くても17人。

2…箱ひげ図の全体の長さはA校舎の方が長いから，得点の範囲はA校舎の方が大きい。

3…この箱ひげ図から平均値は読み取れない。(通常，箱ひげ図から平均値を読み取ることはできない。)

4…B校舎の得点の中央値は80点未満で，80点は中央値より大きいから，上位50％に入る。

問3　(ア)　(ii)　△AHFと△DBEにおいて，∠FAH＝∠EDB，∠AHF＝∠DBE(平行線の同位角)。2組の角がそれぞれ等しいから，△AHF∽△DBE。よって，∠AFH＝∠DEB。対頂角は等しいから，∠AEC＝∠DEB。よって，∠AEC＝∠AFH。2点E，Fが直線ACについて同じ側にあって，∠AEC＝∠AFCであるから，4点A，C，E，Fは1つの円周上にある。

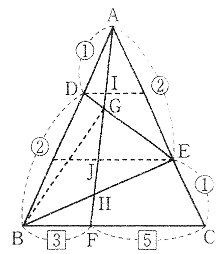
(イ)　(日数)×(度数)の合計が変わらないようにふり分ける。つまり，3人の(日数)×(度数)の合計が12になればよいので，①「2日に1人と5日に2人」，②「3日に2人と6日に1人」，③「1日と5日と6日に各1人」，④「2日と3日と7日に各1人」のいずれかである。よって，修正後の度数分布表は右のいずれかのようになるから，正しいのは，bとc。

修正後	①	②	③	④
日数(日)	度数(人)	度数(人)	度数(人)	度数(人)
1	1	1	2	1
2	$\boxed{7}$	$\boxed{6}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$
3	1	3	1	2
4	5	5	5	5
5	$\boxed{7}$	5	$\boxed{6}$	5
6	3	4	4	3
7	1	1	1	2
合計	25	25	25	25

最頻値は□で囲んだ度数の階級。

中央値は13人目の日数で，すべて4日。

(ウ) 右の図のように，点D，Eを通り辺BCに平行な直線を引き，線分AFとの交点をそれぞれI，Jとする。また，点Bと点Gを結ぶ。



DI∥BFより，DI：BF＝AD：AB＝1：(1＋2)＝1：3だから，

$\mathrm{DI}=\frac{1}{3}\mathrm{BF}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{3+5}\mathrm{BC}=\frac{1}{8}\mathrm{BC}$。

JE∥FCより，JE：FC＝AE：AC＝2：(2＋1)＝2：3だから，

$\mathrm{JE}=\frac{2}{3}\mathrm{FC}=\frac{2}{3}\times\frac{5}{3+5}\mathrm{BC}=\frac{5}{12}\mathrm{BC}$。

DI∥JEより，$\mathrm{DG}:\mathrm{GE}=\mathrm{DI}:\mathrm{JE}=\frac{1}{8}\mathrm{BC}:\frac{5}{12}\mathrm{BC}=3:10$だから，

$\triangle\mathrm{DBE}=\frac{3+10}{10}\triangle\mathrm{GBE}=\frac{13}{10}\triangle\mathrm{GBE}$ …①。

JE∥BFより，$\mathrm{BH}:\mathrm{HE}=\mathrm{BF}:\mathrm{JE}=\frac{3}{8}\mathrm{BC}:\frac{5}{12}\mathrm{BC}=9:10$だから，$\triangle\mathrm{GBE}=\frac{9+10}{10}\triangle\mathrm{GHE}=\frac{19}{10}\triangle\mathrm{GHE}$ …②。

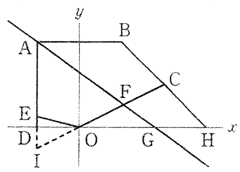
①，②より，$\triangle\mathrm{DBE}=\frac{13}{10}\triangle\mathrm{GBE}=\frac{13}{10}\times\frac{19}{10}\triangle\mathrm{GHE}=\frac{247}{100}\triangle\mathrm{GHE}$。よって，$\frac{247}{100}$倍。

(エ) 25℃のときの音の速さは，$331+0.6\times25=346$(m/s)。x(℃)のときの音の速さは，$331+0.6x$(m/s)で，5秒後に音が聞こえる地点までの距離y(m)は，$y=(331+0.6x)\times5=3x+1655$。

問4 (ア) 点Aのy座標は，$y=(-2)^2=4$より，A$(-2,\ 4)$。点Aと点Bはy軸について対称だから，B$(2,\ 4)$。直線③の傾きは-1だから，式を$y=-x+b$とおいて，点Bの座標の値を代入すると，$4=-2+b$，$b=6$。よって，$y=-x+6$ …③。点Cは直線③上の点でx座標は4だから，y座標は，$y=-4+6=2$より，C$(4,\ 2)$。点Cは曲線②上の点でもあるから，$y=ax^2$に$x=4$，$y=2$を代入すると，$2=a\times4^2$，$a=\frac{1}{8}$。

(イ) D$(-2,\ 0)$，E$\left(-2,\ \frac{1}{2}\right)$である。DO：OG＝1：2だから，点Gの$x$座標は，$2\times2=4$より，G$(4,\ 0)$。2点A，Gを通る直線の式を求めると，$y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$。また，2点O，Cを通る直線の式は$y=\frac{1}{2}x$だから，この2つの直線の式を連立方程式として解くと，$x=\frac{16}{7}$，$y=\frac{8}{7}$より，F$\left(\frac{16}{7},\ \frac{8}{7}\right)$。2点E，Fを通る直線の傾きは，$m=\left(\frac{8}{7}-\frac{1}{2}\right)\div\left\{\frac{16}{7}-(-2)\right\}=\frac{3}{20}$。$y=\frac{3}{20}x+n$に点Eの座標の値を代入すると，$\frac{1}{2}=\frac{3}{20}\times(-2)+n$，$n=\frac{4}{5}$。

(ウ) 右の図で，H$(6,\ 0)$，I$(-2,\ -1)$である。



(五角形OCBAE)＝(台形ADHB)－△EDO－△COH

$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times4-\frac{1}{2}\times2\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times6\times2=\frac{35}{2}$。

よって，△AIF＝(四角形AEOF)＋△EIO$=\frac{35}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times2=\frac{41}{4}$より，点Fの$x$座標を$t$とすると，$\frac{1}{2}\times5\times\{t-(-2)\}=\frac{41}{4}$が成り立つ。これを解くと，$t=\frac{21}{10}$。

問5 大，小2つのさいころの出た目の数の組$(a,\ b)$は，全部で$6\times6=36$(通り)ある。

(ア) 線分PQが，線分AD，BE，CFのどれかと一致する場合は，$(a,\ b)=(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 3)$，$(4,\ 4)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 6)$の6通り。求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$。

(イ) ことがらSが起こる場合は，$(a,\ b)=(1,\ 5)$，$(2,\ 6)$，$(3,\ 4)$，$(4,\ 3)$，$(5,\ 1)$，$(6,\ 2)$の6通りだから，確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$。一方，直線ABとねじれの位置にある直線は，直線DF，EF，FC，DC，ECだから，ことがらRが起こる場合は，$(a,\ b)=(2,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(2,\ 3)$，$(4,\ 2)$，$(4,\ 6)$，$(5,\ 2)$，$(5,\ 6)$，$(6,\ 1)$，$(6,\ 3)$，$(6,\ 6)$の10通り。確率は，$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$。$\frac{1}{6}<\frac{5}{18}$より，ことがらRの方が起こりやすい。

問6 右の図1のような，△AFEを底面とし，高さがBFの三角すいができる。

図1

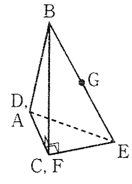
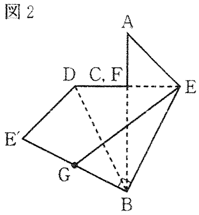


図2



(ア) △AFEは直角二等辺三角形だから，$\mathrm{AE}=\sqrt{2}\mathrm{AF}=4\sqrt{2}$cmより，$\mathrm{AD}=4\sqrt{2}\times2=8\sqrt{2}$(cm)。

(イ) この三角すいの体積は，$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times8=\frac{64}{3}$(cm^3)。問題の展開図において，$\triangle\mathrm{BDE}=\triangle\mathrm{ABD}-\triangle\mathrm{ABE}=\frac{1}{2}\times12\times8-\frac{1}{2}\times12\times4=24$(cm^2)。△BDEを底面としたときの高さを$h$cmとすると，$\frac{1}{3}\times24\times h=\frac{64}{3}$より，$h=\frac{8}{3}$。

(ウ) 右の図2のような展開図で考えると，最短の線は線分EGとなる。△BEFで，$\mathrm{BE}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$(cm)より，$\mathrm{BG}=4\sqrt{5}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{5}$(cm)。∠EBE′＝90°となるから，△EGBで，$\mathrm{EG}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}=10$(cm)。