県模試(神奈川)　2022年度　1月号　数学　解答と解説

解答

問1　(ア) 3　(イ) 2　(ウ) 1　(エ) 2　(オ) 4

問2　(ア) 1　(イ) 3　(ウ) 3　(エ) 1　(オ) 4

問3　(ア) (i) (a) 2　(b) 1　(c) 4　(ii) 3　(イ) (i) 4　(ii) 3
　(ウ) あ 1　い 0　(エ) う 9　え 2

問4　(ア) 3　(イ) (i) 2　(ii) 4　(ウ) お 5　か 3

問5　(ア) き 1　く 3　け 6　(イ) こ 1　さ 1　し 2

問6　(ア) 3　(イ) 2　(ウ) す 1　せ 1　そ 3　た 2

配点

問1　各3点×5＝15点
問2　各4点×5＝20点
問3　(ア)(i)(a)2点，(b)(c)3点
　(ii)4点
　(イ)(i)2点，(ii)3点
　(ウ)5点，(エ)6点
問4　(ア)4点，(イ)5点，(ウ)6点
問5　各5点×2＝10点
問6　(ア)4点，(イ)5点，(ウ)6点

採点基準

問3(ア)(i)(b)(c)　完答。
問4(イ)　完答。

〔解説〕

問2　(ア)　$x-3=X$ とおく。$(x-3)^2+9(x-3)-36=X^2+9X-36=(X-3)(X+12)$
$=(x-3-3)(x-3+12)=(x-6)(x+9)$。

(イ)　解の公式より，$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$。

(ウ)　(変化の割合)$=\dfrac{(\,y\text{の増加量})}{(\,x\text{の増加量})}$ より，$\dfrac{a\times6^2-a\times2^2}{6-2}=\dfrac{32a}{4}=8a$。よって，$8a=-4$，$a=-\dfrac{1}{2}$。

(エ)　$xy^2+xy=xy(y+1)$ として，$x=\sqrt{5}-3$，$y=\sqrt{5}+2$ を代入すると，
$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+2+1)=(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)\times(\sqrt{5}+2)=(5-9)\times(\sqrt{5}+2)=-4\sqrt{5}-8$。

(オ)　標本での赤い玉の割合は，$\dfrac{84}{200}=\dfrac{21}{50}$。母集団での赤い玉の割合も $\dfrac{21}{50}$ と考えられるから，$10000\times\dfrac{21}{50}=4200$(個)。

問3　(ア)　(ii)　AC＝AB＝5 cm。△BCD∽△CAG だから，BD：CG＝BC：CA，(5－1)：CG＝6：5，CG＝$\dfrac{10}{3}$cm。
よって，BG＝BC－CG＝$6-\dfrac{10}{3}=\dfrac{8}{3}$(cm)。

(イ)　(i)　1…範囲は1組が24点，2組が23点で1組の方が大きいが，四分位範囲はどちらの組も8点である。
2…中央値(第2四分位数)は1組が50点，2組が47点だから，1組の方が大きい。
3…50点は1組の第2四分位数であるが，これは得点が低い方から9番目と10番目の値の平均値だから，得点が50点の生徒が必ずいるとはいえない。また，2組にいるかはわからない。
4…1組と2組はともに第1四分位数が得点が低い方から5番目で，1組は45点，2組は44点である。よって，45点未満の生徒は1組は4人以下，2組は5人以上いるから，2組の方が多い。

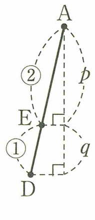
(ii)　3組は，データの個数が19個だから，得点が低い方から5番目の値が第1四分位数，10番目の値が第2四分位数，15番目の値が第3四分位数である。よって，得点が低い方から1番目，5番目，10番目，15番目，19番目の値が正しい階級に含まれているヒストグラムを選ぶ。これをみたすのは3のヒストグラムである。

(ウ)　中央の数を x とすると，連続する3つの自然数は小さい順に $x-1$，x，$x+1$ と表されるから，
$(x-1)(x+1)=7x+17$。これを解くと，$x^2-7x-18=0$，$(x+2)(x-9)=0$。$x=-2$，9。x は自然数だから，
$x=9$。よって，最も大きい数は，$9+1=10$。

(エ)　OB＝$\dfrac{1}{2}$AB＝6 cm。△BOE で，BE＝$\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$(cm)。△BOE と △CDF において，仮定より，
∠OEB＝∠DFC＝90°…①。AB は円Oの直径だから，∠ACB＝90°。よって，∠OEB＝∠ACB＝90°より，
OE∥AC で，同位角は等しいから，∠BOE＝∠BAC。$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ に対する円周角は等しいから，∠BAC＝∠BDC。
よって，∠BOE＝∠BDC より，∠BOE＝∠CDF…②。①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，
△BOE∽△CDF。相似比は，BO：CD＝6：9＝2：3 だから，△BOE：△CDF＝2^2：3^2＝4：9。
よって，△CDF＝$\dfrac{9}{4}$△BOE＝$\dfrac{9}{4}\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\right)=9\sqrt{2}$(cm^2)。

問4　(ア)　点A(6，12)は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから，$12=a\times6^2$，$a=\dfrac{1}{3}$。

(イ)　B(－6，12)である。また，AE：ED＝2：1 より，右の図の p と q の長さの比も 2：1 だから，
$12\times\dfrac{1}{2}=6$ より，点Dの y 座標は -6。点Dの x 座標は，$-6=-x-4$，$x=2$。よって，D(2，－6)。
2点B，Dを通る直線の傾きは，$m=\dfrac{-6-12}{2-(-6)}=-\dfrac{9}{4}$。$y=-\dfrac{9}{4}x+n$ に点Bの座標の値を代入すると，$12=-\dfrac{9}{4}\times(-6)+n$，$n=-\dfrac{3}{2}$。



(ウ)　C(0，−4)，F(3，3)，G(−6，0)，H(−6，2)となる。2点F，Gを通る直線の式を求めると，$y=\frac{1}{3}x+2$ となるから，この式と直線①の式を連立方程式として解くと，$x=-\frac{9}{2}$，$y=\frac{1}{2}$ より，I$\left(-\frac{9}{2},\ \frac{1}{2}\right)$。
$\triangle\mathrm{HIF}=\triangle\mathrm{HGF}-\triangle\mathrm{HGI}=\frac{1}{2}\times2\times(6+3)-\frac{1}{2}\times2\times\left(6-\frac{9}{2}\right)=9-\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$，
$\triangle\mathrm{GIC}=\triangle\mathrm{HGC}-\triangle\mathrm{HGI}=\frac{1}{2}\times2\times6-\frac{3}{2}=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$。よって，$\triangle\mathrm{HIF}:\triangle\mathrm{GIC}=\frac{15}{2}:\frac{9}{2}=5:3$。

問5　【操作1】で $a+b$ の値によって箱Pに入れる玉をまとめると右の表のようになる。また，大，小2つのさいころの出た目の数の組(a，b)は，全部で6×6＝36(通り)ある。

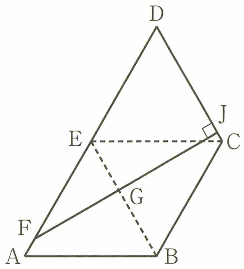
$a+b$	Pに入れる玉
2	②
3	①②
4	①③
5	②③
6	①②③
7	①②④
8	①③④
9	②③④
10	①②③④
11	①②③⑤
12	①②④⑤

(ア)　箱Pに玉が入っていないのは，【操作1】で箱Pに玉を1個入れるときで，$a+b=2$ となる場合だから，(a，b)＝(1，1)の1通り。求める確率は，$\frac{1}{36}$。

(イ)　箱Qに⑤の玉が入っているのは，【操作1】で箱Pに⑤の玉を入れるときで，$a+b=11$，12となる場合だから，(a，b)＝(5，6)，(6，5)，(6，6)の3通り。求める確率は，$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$。

問6　(ア)　△EABは正三角形でその高さは，$6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm)。よって，面積は，$\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$(cm^2)。

(イ)　底面の対角線の交点をIとすると，EIがこの正四角すいの高さになる。△ABCで，$\mathrm{AC}=\sqrt{2}\mathrm{AB}=6\sqrt{2}$ cm，$\mathrm{AI}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}=3\sqrt{2}$ cm。△EAIで，$\mathrm{EI}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$(cm)。よって，体積は，$\frac{1}{3}\times6\times6\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$(cm^3)。



(ウ)　引いた線と線分DCとの交点をJとする。このとき，引いた線を含む面の展開図は右の図のようになる。この図の線分FGと線分GJの長さの和を求める。
$\mathrm{FE}=\frac{5}{6}\mathrm{AE}=5$ cm，$\mathrm{GE}=\frac{5}{12}\mathrm{BE}=\frac{5}{2}$ cmより，FE：GE＝2：1，∠FEG＝60°だから，∠EGF＝90°，GE：FG＝1：$\sqrt{3}$ となる。
また，GJ⊥DC，EB∥DCだから，GJの長さはEからDCに引いた垂線の長さに等しい。
よって，$\mathrm{FG}+\mathrm{GJ}=\sqrt{3}\mathrm{GE}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{EC}=\frac{5\sqrt{3}}{2}+3\sqrt{3}=\frac{11\sqrt{3}}{2}$(cm)。