

3章 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ (ただし、 $a \neq 0$)

1. 2次方程式の解き方

(1) 因数分解の利用

☆ 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が $(x-p)(x-q)=0$ と因数分解できる
とき、その2次方程式の解は $x=p, q$ となる。

(例1) 次の方程式を解け

① $x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

$$\begin{pmatrix} x+1=0 & x-6=0 \\ x=-1 & x=6 \end{pmatrix}$$

$x = -1, 6$

② $9x^2-12x+4=0$

$(3x-2)^2=0$

$$\begin{pmatrix} 3x-2=0 \\ 3x=2 \\ x=\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$x = \frac{2}{3} \text{ (重解)}$

③ $4x^2-25=0$

$(2x+5)(2x-5)=0$

$$\begin{pmatrix} 2x+5=0 & 2x-5=0 \\ 2x=-5 & 2x=5 \\ x=-\frac{5}{2} & x=\frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

$x = \pm \frac{5}{2}$

④ $x^2-6x=0$

$x(x-6)=0$

$$\begin{pmatrix} x=0 & x-6=0 \\ & x=6 \end{pmatrix}$$

$x = 0, 6$

☆ $(ax-b)(cx+d)=0$ の解は

$\Rightarrow x = \frac{b}{a}, -\frac{d}{c}$

(2) 平方根の利用

(例2) $<ax^2-b=0$ の解き方> 平方根 $\rightarrow (\pm)$ をつける!

① $x^2-49=0$

$$x^2=49 \quad \text{平方根}$$

$$x = \pm 7$$

② $5x^2=8$

$$x^2 = \frac{8}{5} \quad \text{平方根}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{8}{5}}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} \quad \text{有理化}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{40}}{5}$$

③ $3x^2-3=45$

$3x^2=48$

$$x^2=16 \quad \text{平方根}$$

$$x = \pm 4$$

(例3) $<(x+a)^2=b$ の解き方>

① $(x+2)^2=16$

$x+2 = \pm 4 \quad \text{平方根}$

$x = -2 \pm 4$

$x = -2+4, -2-4$

$x = 2, -6$

② $3(x+5)^2-2=4$

$3(x+5)^2=6$

$(x+5)^2=2$

$x+5 = \pm \sqrt{2} \quad \text{平方根}$

$x = -5 \pm \sqrt{2}$

(3) 平方完成による解き方 (両辺に x の係数の半分の2乗を加えて平方の形を作る。)

☆ $x^2+2bx+c=0$

$x^2+2bx=-c$

$x^2+2bx + b^2 = -c + b^2$

$(x+b)^2 = b^2 - c$

$x^2+bx+c=0$

$x^2+bx=-c$

$x^2+bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = -c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - c$

(例4) ① $x^2-6x+4=0$

$x^2-6x = -4$

$x^2-6x + 9 = -4 + 9$

$(x-3)^2 = 5$

$x-3 = \pm \sqrt{5} \quad \text{平方根}$

$x = 3 \pm \sqrt{5}$

② $x^2-5x+2=0$

$x^2-5x = -2$

$x^2-5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = -\frac{8}{4} + \frac{25}{4}$

$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$

$x - \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2} \quad \text{平方根}$

$x = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$