（７）平方根の四則混合計算

（例１）**四則混合計算**…最初と最後に、分母の有理化と $a\sqrt{b}$ の形にするのを忘れない。

① $\sqrt{18}-\sqrt{24}\times\sqrt{12}$

$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{18}$

$= 3\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$

$= -9\sqrt{2}$

$\left(\begin{aligned} &= 3\sqrt{2} - \sqrt{2\times12\times12} \\ &= 3\sqrt{2} - 12\sqrt{2} \\ &= -9\sqrt{2} \end{aligned}\right)$

② $\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-\sqrt{15}\right)-\dfrac{\overset{2\sqrt{2}}{\sqrt{8}}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$= \sqrt{6} - \sqrt{45} - \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

$= \dfrac{3\sqrt{6}}{3} - 3\sqrt{5} - \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

$= \dfrac{\sqrt{6}}{3} - 3\sqrt{5}$

（例２）**乗法公式の利用**…$\left(a\sqrt{b}\right)^2 = a^2b$　に注意！

① $\left(\sqrt{2}+2\right)\left(\sqrt{2}-3\right)$

$= (\sqrt{2})^2 + (2-3)\sqrt{2} + 2\times(-3)$

$= 2 - \sqrt{2} - 6$

$= -4 - \sqrt{2}$

② $\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$

$= (2\sqrt{2})^2 + 2\times2\sqrt{2}\times(-\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})^2$

$= 8 - 4\sqrt{6} + 3$

$= 11 - 4\sqrt{6}$

③ $\left(3\sqrt{2}-\underset{2\sqrt{6}}{\sqrt{24}}\right)^2-\left(\underset{3\sqrt{2}}{\sqrt{18}}+2\sqrt{6}\right)^2$

$= 18 - 12\sqrt{12} + 24 - (18 + 12\sqrt{12} + 24)$

$= 18 - 24\sqrt{3} + 24 - 18 - 24\sqrt{3} - 24$

$= -48\sqrt{3}$

（別）$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ の利用

$(3\sqrt{2} - \cancel{2\sqrt{6}} + 3\sqrt{2} + \cancel{2\sqrt{6}}) \times \left\{\cancel{3\sqrt{2}} - 2\sqrt{6} - (3\sqrt{2}+2\sqrt{6})\right\}$
$\quad -\cancel{3\sqrt{2}} - 2\sqrt{6}$

$= 6\sqrt{2} \times (-4\sqrt{6})$

$= -24\sqrt{12}$

$= -48\sqrt{3}$

*④ $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \dfrac{1\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \sqrt{3} + \dfrac{2\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$　$\left(= \dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}\right)$

（８）式の値

（例３）①$x=\sqrt{5}+2$，$y=\sqrt{5}-2$のとき　②$x+y=\sqrt{3}+1$，$xy=\sqrt{3}-1$のとき

x^2-xyの値を求めよ。　　x^2-xy+y^2の値を求めよ。

$x^2-xy=x(x-y)$ ←代入

$=(\sqrt{5}+2)\{\sqrt{5}+2-(\sqrt{5}-2)\}$

$-\sqrt{5}+2$

$=(\sqrt{5}+2)\times 4$

$=\underline{4\sqrt{5}+8}$

$\underbrace{x^2+y^2}_{\shortparallel}-xy$

$=\underline{(x+y)^2-2xy-xy}$

$=(x+y)^2-3xy$ ←代入

$=(\sqrt{3}+1)^2-3(\sqrt{3}-1)$

$=3+2\sqrt{3}+1-3\sqrt{3}+3$

$=\underline{7-\sqrt{3}}$

（９）平方根の利用

（例４）①$\sqrt{24n}$が整数となるような自然数nを小さい方から３つかけ。

$24=2^3\times 3$

$=2^2\times 2^0\times 3^0$　↲２乗ずつ区切る

$n_1=2\times 3=6$

$n_2=6\times 2^2=24$

$n_3=6\times 3^2=54$

↑順番に２乗をかける

A. $n=6, 24, 54$

②$\sqrt{\dfrac{300}{n}}$が整数となるような自然数nを全て求めよ。

$300=2^2\times 3^0\times 5^2$　　$\sqrt{\dfrac{2^2\times 3\times 5^2}{n}}$

$n_1=3$

$n_2=3\times 2^2=12$

$n_3=3\times 5^2=75$

$n_4=3\times 2^2\times 5^2=300$

↑分子にある２乗を順番に！

A. $n=3, 12, 75, 300$

（裏に続く）

③ $\sqrt{50-2n}$ が整数となるような自然数 n を全て求めよ。

50より小さい2乗の数 → 49, 36, 25, 16, 9, 4, 1, 0 注意! (偶数だけ考えればよい)

$50-2n=36$, $2n=14$, $\underline{n=7}$

$50-2n=16$, $2n=34$, $\underline{n=17}$

$50-2n=4$, $2n=46$, $\underline{n=23}$

$50-2n=0$, $2n=50$, $\underline{n=25}$

A $\underline{n=7, 17, 23, 25}$

（例５） $\sqrt{7}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき、$\sqrt{28}a-4b$ の値を求めよ。

☆ $\boxed{\sqrt{a}\text{ の小数部分}= \sqrt{a} - (\sqrt{a}\text{ の整数部分})}$

$4<7<9$

$2<\sqrt{7}<3$ 平方根

$a=2$

$b=\sqrt{7}-2$

$\sqrt{28}a-4b = 2\sqrt{7}\times 2 - 4(\sqrt{7}-2)$

$= 4\sqrt{7}-4\sqrt{7}+8$

$= \underline{8}$

＜乗法公式を使った分母の有理化＞ ☆ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を利用する

（例６） 次の数の分母を有理化しなさい。

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ $\dfrac{\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2}$

$=\underline{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

② $\dfrac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$ $\dfrac{\times(3+\sqrt{2})}{\times(3+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{6\sqrt{2}+2\times 2}{9-2}$

$=\underline{\dfrac{6\sqrt{2}+4}{7}}$